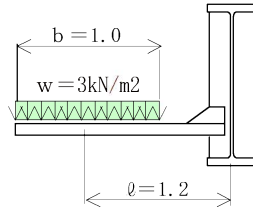


ねじりモーメントを受ける桁の設計

2010. 8. 27
T. Y.

1. まえがき

右図のように、桁に偏載荷重が作用すると通常の直上荷重によって生ずる、せん断力・曲げモーメントのほかにねじり作用を受ける事になるので、その対処法について述べる。そもそも「ねじりモーメント」は、その扱いがややこしく、通常の格子鋼桁などではその影響が限られることから、ねじりモーメント



には触れない設計事例が多い。もちろん、これら高次の不静定構造物では無視しても安全が確保されるとの裏づけが確認されているからである。ところが、上図事例では、ねじり作用力が主桁断面の決定要因ともなりかねないので、これを度外視することができないのである。

2. 桁に及ぼす作用力

(1) 鉛直荷重によって

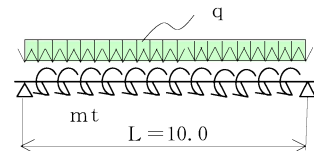
$$q = b \cdot w$$

$$S = 1/2 \cdot q \cdot L \quad (\text{支点近傍})$$

$$M = 1/8 \cdot q \cdot L^2 \quad (\text{支間中央})$$

(2) 偏心荷重によって

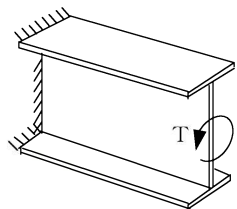
$$T = 1/2 \cdot m \cdot L \quad (\text{支点近傍})$$



モデル図：単純桁をイメージしているが、ねじりに対しては、支点で回転拘束している

3. ねじりモーメント：Tによって生ずる応力度

2. に示すように偏載荷重によって桁にはせん断力：S ・曲げモーメント：M
ねじりモーメント：Tが生ずるが、本例ではねじりモーメントに焦点を当て、これが桁に及ぼす影響（発生応力度etc.）について述べる。



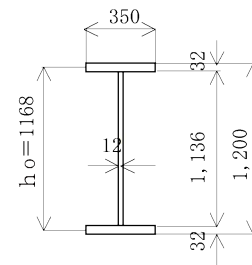
左図のように開断面桁にねじり作用力を与えると、桁の回転によって断面内を流れるせん断応力度と、上下のフランジを水平変位させることによって生ずる垂直応力度が発生する。これらの作用力をそれぞれ「純ねじり」「そりねじり」と言い、二つの作用力の和が外力に等しくなる。よって応力の算定に先立って両者の負担する割合を定めることになる。

(1) 集中荷重（ねじりモーメント）に対する分担率

一例として、支間中央に作用するねじりモーメントに対する分担率を算定する。この場合、上下フランジの水平曲げ抵抗と全断面ねじり抵抗による荷重分担率は、両者のねじり回転に対する抵抗力の比率（剛比）によって定まる。

① 支間長：S = 10.00 m

② 断面諸元



・ フランジの水平断面二次モーメント

$$I = \frac{1}{12} \times 32 \times 350^3 = 114.3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

・ 全断面のねじり剛度

$$J = 1/3 (2 \times 350 \times 32^3 + 1,136 \times 12^3) = 8.30 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

・ そりねじり定数：Iw = $\frac{I h^2}{2}$

$$= \frac{114.3 \times 10^6 \times 1,168^2}{2} = 7.80 \times 10^{13} \text{ mm}^6$$

・ フランジの水平曲げによる断面の回転角

フランジに作用する水平力 P

$$P = \frac{Mt}{h_o} = \frac{1.0 \times 10^6}{1,168} = 856 \text{ N}$$

支間中央の水平変位 δ_1

$$\delta_1 = \frac{P \cdot l^3}{48E \cdot I} = \frac{856 \times 10,000^3 \times 10^9}{48 \times 2.0 \times 10^5 \times 114.3 \times 10^6} = 0.78 \text{ mm}$$

回転角： θ_1

$$\theta_1 = \frac{\delta_1}{h_o/2} = \frac{0.78}{584} = 1.34 \text{ mrad}$$

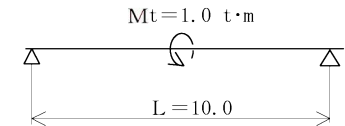
・ 桁断面のねじり抵抗による回転角

$$\theta_2 = \frac{Mt \cdot l}{4G \cdot J} = \frac{1.0 \times 10^6 \times 10,000 \times 10^3}{4 \times 7.7 \times 10^4 \times 8.30 \times 10^6} = 3.91 \text{ mrad}$$

③ 分担率

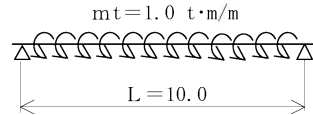
フランジ水平曲げが負担する ねじりモーメントの割合： α は、両者のねじりモーメントに対するバネ値 ($K=Mt/\theta$) の比より定まる。

$$\alpha = \frac{K_1}{K_1+K_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2} = \frac{3.91}{1.34 + 3.91} = 0.75$$



(2) 分布荷重（ねじりモーメント）に対する分担率

(1)と同様の手順で、右図のごとく支間長全域にねじりモーメントが作用する場合のそりねじり抵抗と純ねじり抵抗の分担率を算定する。



- ・ フランジの水平曲げによる断面の回転角
フランジに作用する水平力 w

$$w = \frac{Mt}{h_0} = \frac{1.0 \times 10}{1,168} = 0.856 \text{ N/mm}$$

支間中央の水平変位 δ_1

$$\delta_1 = \frac{5w \cdot \ell^4}{384E \cdot I} = \frac{5 \times 0.856 \times 10,000^4 \times 10^{12}}{384 \times 2.0 \times 10^5 \times 114.3 \times 10^6} = 4.9 \text{ mm}$$

回転角： θ_1

$$\theta_1 = \frac{\delta_1}{h_0/2} = \frac{4.9}{584} = 8.4 \text{ mrad}$$

- ・ 桁断面のねじり抵抗による回転角

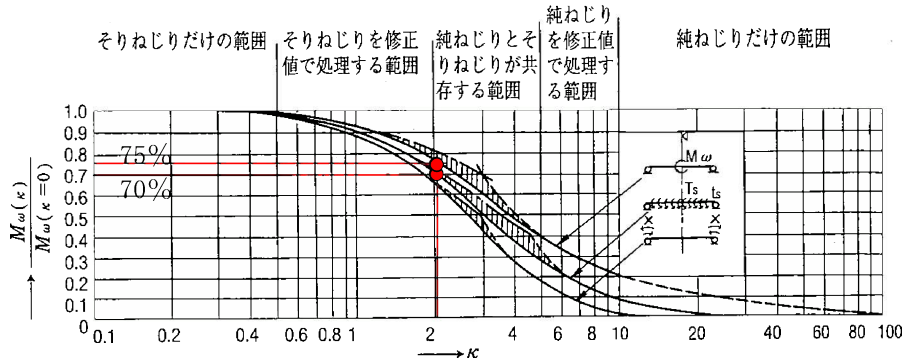
$$\theta_2 = \frac{Mt \cdot \ell^2}{8G \cdot J} = \frac{1.0 \times 10^3 \times 10,000^2 \times 10^6}{8 \times 7.7 \times 10^4 \times 8.30 \times 10^6} = 19.6 \text{ mrad}$$

- ・ 分担率

$$\alpha = \frac{K_1}{K_1 + K_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2} = \frac{19.6}{8.4 + 19.6} = 0.70$$

(3) 既存設計資料との比較

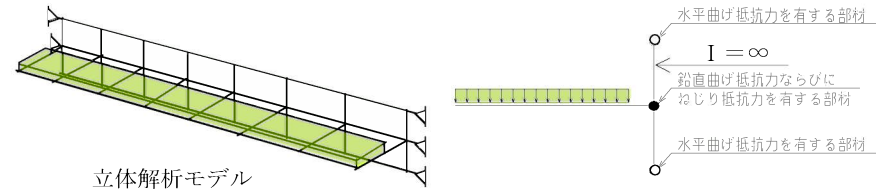
上記の結果は、支間中央の集中荷重に対しては横梁に生じるねじり作用力の75%をそりねじり抵抗が、25%を純ねじり抵抗が担う。また、分布荷重に対してはそりねじり：70%、純ねじり：30%の負担であることを表している。



$$\kappa = \ell \sqrt{\frac{GJ}{EIw}} = 10,000 \sqrt{\frac{7.7 \times 10^4 \times 8.3 \times 10^6}{2.0 \times 10^5 \times 7.80 \times 10^{13}}} = 2.02$$

(4) 実対応

上記計算結果は上表に示す一般的な値とほぼ一致しているが正值とは言い切れない。なぜならば、そりねじりと純ねじりによって生じる桁の回転角が相似形でないためである。また、下図のような立体モデルを用いて解析する手法もあるが、支点条件の設定などに実際との開きがあり、労多くして実りは少ない。



よって、そりねじり抵抗のみで負担することを前提にした設計法が多く用いられるが、本ケースでは桁の支間長が大きいので、左図グラフを用いて純ねじりによって桁内に生ずるせん断応力度を確認しておく。



① 単位長さ当りの回転作用力（設計計算書A～C間横梁より）

- ・ 腕材による断面力 $\Sigma Mt = 19.874 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- ・ 単位長さ当りの断面力 $mt = 19.874 / 2.650 = 7.50 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$

② そりねじりと純ねじりの負担率

前頁の計算結果より、そりねじり：純ねじり＝0.70：0.30

③ そりねじりによってフランジに生ずる応力度

- ・ フランジへの作用力 $w = \frac{Mt \times 0.70}{h} = \frac{7.50 \times 0.70}{1.168} = 4.49 \text{ kN/m}$
- ・ 水平曲げモーメント $M = \frac{w \cdot L^2}{8} = \frac{4.49 \times 10,000^2}{8} = 56.2 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- ・ 垂直応力度 $\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{56.2 \times 10^6}{32 \times 350^2 / 6} = 86.0 \text{ N/mm}^2 < 1.25 \sigma_a = 175 \text{ N/mm}^2$

④ 純ねじりによってフランジに生ずる応力度

- ・ 純ねじりモーメント $M = Mt \times 0.30 \times L/2 = 7.50 \times 0.30 \times 10,000 / 2 = 11.25 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- ・ せん断応力度 $\tau = \frac{M}{J} \times \frac{t}{2} = \frac{11.25 \times 10^6}{8.30 \times 10^6} \times \frac{32}{2} = 21.7 \text{ N/mm}^2 < 1.25 \tau_a = 100 \text{ N/mm}^2$